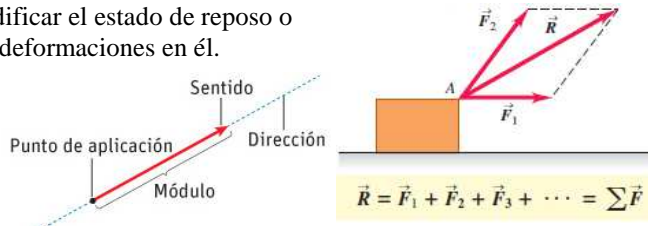


DINÁMICA

Relación entre el movimiento y las fuerzas que lo causan. Los conceptos de fuerza y masa nos permiten analizar los principios de la Dinámica, las leyes del movimiento de Newton que son la base de la mecánica clásica y solo requieren modificaciones en situaciones determinadas que implican velocidades muy altas (próximas a la de la luz), o tamaños muy pequeños (dentro del átomo)

Una FUERZA es toda interacción capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo, o de producir deformaciones en él.

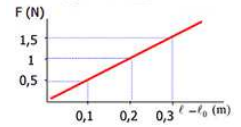
La fuerza es una magnitud vectorial, su unidad en el S.I. es el Newton (N). El efecto de un conjunto de fuerzas aplicadas a un cuerpo, es el mismo que el de una sola fuerza (Resultante) igual a la suma vectorial de éstas.



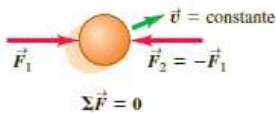
LEY DE HOOKE



$$F = k \cdot \Delta l$$

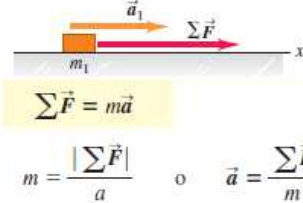


Primera ley de Newton



$$\sum \vec{F} = 0 \quad (\text{cuerpo en equilibrio})$$

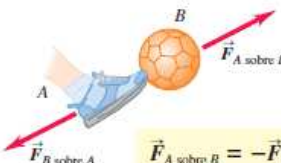
Segunda ley de Newton



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$m = \frac{|\sum \vec{F}|}{a} \quad \text{o} \quad \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Tercera ley de Newton



$$\vec{F}_{A \text{ sobre } B} = -\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$$

Las fuerzas de acción y reacción NO se anulan

- Dadas las fuerzas $\vec{F}_1 = 3\vec{i} - 8\vec{j}$ y $\vec{F}_2 = -4\vec{i} + 5\vec{j}$ represéntalas y halla su suma y el módulo de ésta.
- La velocidad de una partícula de 2 Kg que se mueve en la dirección x, varía según la expresión $v = -16 + 4t^2$
 - Deduce la expresión para la fuerza que actúa sobre la partícula, así como su valor a los 2 s.
 - ¿Cambia de sentido el movimiento de la partícula?

Sol: $F = 32 \text{ N}; t = 2 \text{ s}$
- Un muelle de longitud l_0 se comprime aplicando una fuerza de 50 N, hasta que su longitud es de 15 cm. Si se aplica una fuerza de 100 N, su longitud se reduce a 5 cm. Halla la longitud inicial del muelle y el valor de K.

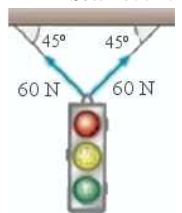
Sol: $0,25 \text{ m}; K = 500 \text{ N/m}$
- Sobre un cuerpo de $m = 100 \text{ Kg}$ inicialmente en reposo se ejercen simultáneamente dos fuerzas $\vec{F}_1 = 75\vec{i} - 125\vec{j}$ y \vec{F}_2 de módulo 250 N cuya dirección forma un ángulo de 30° con el eje OX. Halla la resultante y la aceleración del cuerpo.

Sol: $\vec{F}_R = 292\vec{i}; a = 2,9 \text{ m/s}^2$
- Dejamos caer una bola de 2 Kg de masa y la Tierra la atrae con una fuerza de 19,62 N.
 - Halla el módulo, la dirección, el sentido y el punto de aplicación de la fuerza que la bola ejerce sobre la Tierra.
 - Explica por qué se mueve la bola y no la Tierra y la aceleración con la que cae la bola.
 - Si la masa de la Tierra es $6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ ¿qué aceleración adquiere ésta?

Sol: $19,62 \text{ N}, g = 9,8 \text{ m/s}^2, 3,29 \cdot 10^{-24} \text{ m/s}^2$
- Calcula:
 - la fuerza necesaria para detener en 8 s con $a = \text{cte}$ una pelota de 500 g que va con una velocidad de 80 Km/h.

Sol: $-1,4 \text{ N}$
 - la distancia que recorre durante 10 s un cuerpo de 80 g, que en ausencia de rozamiento, está sometido durante 4 s a una fuerza de 12 N. (el tiempo total incluye el tiempo durante el cual actúa la fuerza)

Sol: 4800 m
- Determina la fuerza resultante ejercida por los cables que sujetan el semáforo de la figura y el peso de éste.
- Explica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
 - Si un cuerpo se mueve, está sometido a una fuerza.
 - Para que un cuerpo en reposo adquiera movimiento, es necesario aplicar una fuerza.
 - Las fuerzas de acción-reacción no se anulan nunca.



CANTIDAD DE MOVIMIENTO



El impulso de una fuerza ejercida sobre un cuerpo se invierte en variar su cantidad de movimiento.

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO: cuando no actúa ninguna F_{exterior} sobre un sistema, la cantidad de movimiento se mantiene constante.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = 0 \rightarrow \vec{p}_0 = \vec{p}_f$$

- Un cañón de 2 t dispara horizontalmente un proyectil de 12 Kg con una velocidad de 225 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del cañón y la variación de su momento lineal.

Sol: $1,35 \text{ m/s}; \Delta p = -2700 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$
- Un futbolista impulsa el balón ($m = 360 \text{ g}$) parado hasta alcanzar una velocidad de 120 Km/h. Si la patada dura 0,006 s, halla la variación del momento lineal y la fuerza media durante el saque.

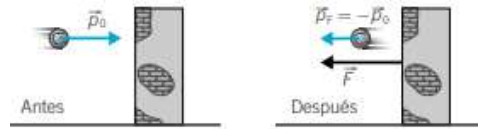
Sol: $\Delta p = 12 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}; F = 2000 \text{ N}$
- Un vagón de 2 t se mueve a 3 m/s por una vía horizontal y choca con otro de 4 t en reposo. Después del choque se acoplan y se mueven juntos. Calcula su velocidad.

Sol: 1 m/s



12. Una pelota de 100 g choca contra un frontón a una velocidad de 30 m/s, rebotando con la misma velocidad en un tiempo de 0,02 s. Calcula la variación del momento lineal y la fuerza media de la pelota contra el frontón.

Sol: $\Delta p = 6i \text{ Kg}\cdot\text{m/s}$; $F = 300 \text{ N}$

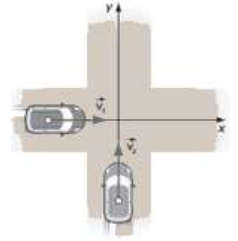


13. Una bola de 1 kg se lanza con una velocidad de 20 m/s contra otra de 3 kg que está en reposo. Si, después del choque, la bola más pesada sale con una velocidad de 10 m/s en la misma dirección y sentido que llevaba la ligera antes de chocar, calcula la velocidad de esta después del choque, precisando su sentido.

Sol: $v_1 = -10 \text{ m/s}$

14. Un coche de juguete de 500 g de masa se mueve con una velocidad de 0,5 m/s. Se aplica, en el sentido del movimiento durante 3 s, una fuerza constante de 3 N. Halla el impulso comunicado, la variación de su momento lineal y la nueva velocidad del coche.

Sol: $9 \text{ N}\cdot\text{s}$; $18,5 \text{ m/s}$



15. Dos coches de 0,7 t y 0,850 t circulan por calles perpendiculares a 50 Km/h y 80 Km/h respectivamente. En el cruce chocan y quedan enganchados. ¿con qué velocidad y en qué dirección, se moverán juntos después de la colisión?

Sol: $v = 49,4 \text{ Km/h}$; $\alpha = 62,7^\circ$

APLICACIONES PRÁCTICAS DE LAS LEYES DE NEWTON

- a) MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES:

Normal, N: fuerza que ejerce una superficie sobre un cuerpo apoyado en ella

\vec{F} : fuerza aplicada
 $N - P = 0 \Rightarrow N = mg$
 MRUA $a = \frac{F}{m}$

$N + F_y = P$
 $F_x = F \cos \alpha$ $F_x = ma$
 $a = \frac{F_x}{m}$

$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \quad N = P_y \\ -P_x = ma \quad a_x = -g \sin \alpha \\ -mg \sin \alpha = ma \end{cases}$

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$
 $N - P = ma$
 $N = m(g + a)$
 $N = P = mg$
Fuerza sobre la báscula = $-N$
 $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

- b) MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS:

Las fuerzas que mantienen unidos los cuerpos enlazados mediante cuerdas, se llaman **TENSIONES** y llevan la dirección de la cuerda que los une (sin masa e inextensible). La polea la consideramos sin masa y sin rozamientos, con lo que si tomamos el sistema formado por los cuerpos y el cable conjuntamente, las tensiones son fuerzas interiores, se anulan $T_1 = T_2$.

Criterio de signos:

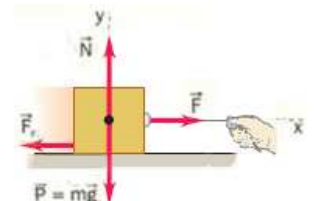
- (+) las fuerzas a favor del movimiento.
- (-) las fuerzas que actúan en contra del movimiento.

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$
 $P_x - T + T - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$
 $a = \frac{m_1 \cdot \sin \alpha - m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$
 Aplicando el 2º principio al cuerpo 1:
 $P_x - T = m_1 \cdot a$
 $T = m_1 (g \cdot \sin \alpha - a)$

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$
 $P_1 - T + T - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$
 $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$
 Aplicando el 2º principio al cuerpo 1:
 $P_1 - T = m_1 \cdot a$
 $T = m_1 (g - a)$

¿Cómo resolver ejercicios de Dinámica?

1. Dibujar la situación tras la lectura detenida del enunciado, identificando el cuerpo sobre el que se va a trabajar, aislarlo si existen otros cuerpos y ver si hay interacciones entre ellos.
2. Fijar el sistema de referencia. Se elige de forma coherente el sentido del movimiento (eje OX = la dirección del movimiento) y sentido positivo, el del movimiento.
3. Esquema de fuerzas actuantes. Dibujar todas las F sobre cada cuerpo. Valorar las $F_{\text{rozamiento}}$, aplicadas entre las superficies en contacto y en contra del movimiento, considerando si el sistema está en reposo, a punto de moverse o si ya está en movimiento.
4. Descomposición de las fuerzas actuantes en la dirección tangencial (la del movimiento) y dirección normal o perpendicular.
5. Aplicar la segunda ley de Newton en el sentido del movimiento: positivo, sentido en el que el móvil comienza a moverse.
6. Resolver para hallar la aceleración (cte) a partir de la cual se puede calcular posición, velocidad o energía en cualquier instante. Analizar los resultados, la coherencia de éstos con los datos y con el planteamiento del problema

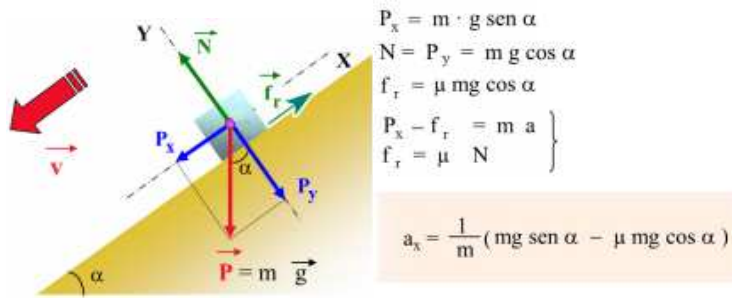
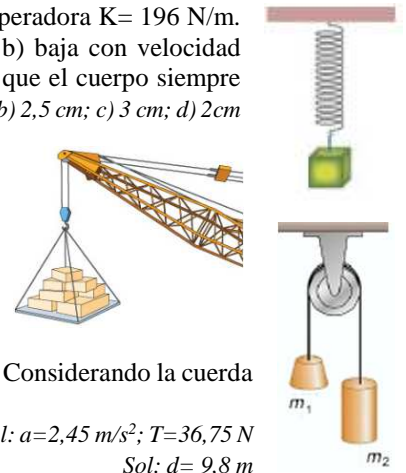


$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$
 $F - f_r = m a$
 $f_r = \mu N$
 $\Rightarrow F - \mu N = m a$

16. Un chico de 55 Kg está dentro de un ascensor que baja con aceleración constante de 1 m/s^2 . ¿qué fuerza ejerce el suelo del ascensor sobre el chico?

Sol: $F = 485 \text{ N}$

17. Un cuerpo $m_1=150$ g está sobre una mesa, unido a otro $m_2=20$ g que cuelga mediante un hilo que pasa por una polea de masa despreciable. Halla la aceleración del sistema y la tensión del hilo si no hay rozamiento. *Sol: $1,15$ m/s²; $T=0,17$ N*
18. Un cuerpo de $0,5$ Kg cuelga del techo de un ascensor mediante un muelle de constante recuperadora $K= 196$ N/m. Calcula el alargamiento del muelle cuando el ascensor: a) sube con velocidad constante. b) baja con velocidad constante c) sube acelerando con $a= 2$ m/s² d) sube frenando con $a=2$ m/s². Ten en cuenta que el cuerpo siempre lleva la misma velocidad y aceleración que el ascensor. *Sol: a) b) $2,5$ cm; c) 3 cm; d) 2 cm*
19. Una grúa sostiene un bloque de ladrillos de 700 Kg. Calcula la tensión que soporta el cable: a) cuando el bloque permanece en reposo a 10 m de altura *Sol: $T= 7000$ N* b) cuando arranca para bajar y cuando frena al llegar al suelo en ambos casos con una aceleración de $1,5$ m/s². *Sol: $T= 5950$ N; $T=8050$ N*
20. ¿qué velocidad paralela al plano debe comunicarse a un cuerpo de 1 Kg para que al llegar al final de un plano inclinado 30° , la velocidad sea cero, si no hay rozamiento? *Sol: $9,9$ m/s*
21. Dos masas de 3 Kg y 5 Kg cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa por una polea fija. Considerando la cuerda inextensible y su masa y la de la polea despreciables, calcula: a) la aceleración de los cuerpos y la tensión de la cuerda. *Sol: $a=2,45$ m/s²; $T=36,75$ N* b) La distancia entre los cuerpos a los 2 s si inicialmente están en reposo y al mismo nivel. *Sol: $d= 9,8$ m*
22. De los extremos de una cuerda que pasa por la garganta de una polea fija de eje horizontal, penden dos masas de 500 g cada una. ¿qué masa habrá que añadir a una de las dos para que la otra suba 2 m en 2 s? *Sol: $m=114$ g*
23. Para subir el bloque M de 200 Kg por un plano inclinado 30° colgamos del otro extremo de la cuerda un cuerpo de masa m . Calcula el valor de m y la tensión de la cuerda para que M suba: a) con velocidad constante *Sol: $m=100$ Kg; $T=980$ N* b) con una aceleración de $1,5$ m/s². *Sol: $m=154,2$ Kg; $T=1280$ N*

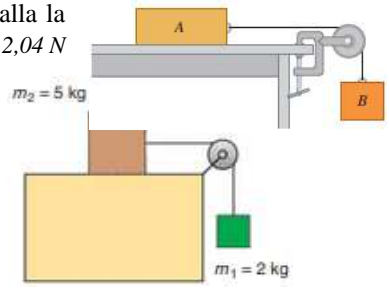


FUERZAS DE ROZAMIENTO

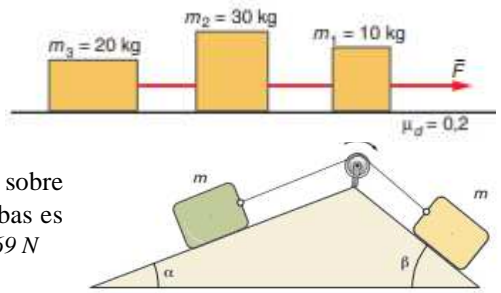
Se oponen al deslizamiento de un cuerpo sobre otro. Están localizadas en las superficies de contacto entre los cuerpos y son debidas a las rugosidades de éstas, a las fuerzas de cohesión entre átomos y moléculas de los cuerpos en contacto.

- Son paralelas a la superficie de deslizamiento.
- Se oponen al sentido del movimiento del cuerpo.
- Son proporcionales a la fuerza normal (N)

24. En el sistema de la figura $m_A= 500$ g, $m_B= 250$ g y el coeficiente de rozamiento es $0,25$. Halla la aceleración y la tensión del hilo. *Sol: $a= 1,64$ m/s²; $T=2,04$ N*
25. Considerando despreciables la masa de la polea y de la cuerda, calcula: a) la aceleración de los cuerpos de la figura y la tensión de la cuerda si μ vale $0,3$. b) la velocidad de m_2 cuando m_1 ha descendido $1,4$ m c) ¿qué ocurre si a los 2 s de iniciado el movimiento se corta la cuerda?
26. Un esquiador de 70 Kg, se desliza por una pendiente inclinada 30° . Si $\mu =0,20$, halla la aceleración del esquiador. *Sol: $a= 3,2$ m/s²*
27. ¿qué fuerza paralela al plano se debe aplicar a un bloque ($m= 800$ Kg) para subirlo por un plano inclinado 6° , con velocidad constante, si el coeficiente de rozamiento es $0,20$? *Sol: $F=2381$ N*

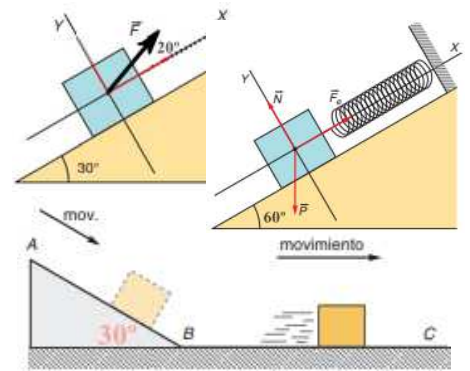


28. Un cuerpo de 2 Kg de masa baja deslizándose por un plano inclinado 27° con velocidad constante. Determina el valor del coeficiente de rozamiento y la fuerza mínima necesaria para subirlo con velocidad constante *Sol: $\mu= 0,5$; $F= 17,5$ N*
29. Se lanza un cuerpo de 5 Kg, con $v= 11$ m/s, por un plano inclinado 30° con la horizontal. Si $\mu = 0,25$, halla la aceleración y el espacio que recorre hasta detenerse. *Sol: $a=-7$ m/s²; $8,6$ m*
30. Calcula el valor de la fuerza y la tensión de la cuerda para que los cuerpos de la figura se desplacen con una aceleración de 2 m/s². ($\mu= 0,2$) *Sol: $F=237,6$ N; $T_1= 198$ N $T_2= 118,8$ N*



31. Dos masas iguales de 10 Kg están atadas a los extremos de un hilo y descansan sobre sendos planos inclinados $\alpha=30^\circ$ y $\beta= 60^\circ$. Si el coeficiente de rozamiento para ambas es $0,1$, halla la aceleración del conjunto y la tensión de la cuerda. *Sol: $a= 1,1$ m/s²; $T=69$ N*
32. Un cuerpo m_1 de 1 Kg, apoyado sobre una mesa horizontal, se une mediante una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento, a otro bloque m_2 de 4 Kg, que cuelga vertical. Halla la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda si en ambos planos ($\mu= 0,4$) ¿Cuánto tendría que valer m_2 para que se mueva con velocidad constante? *Sol: $a=2,54$ m/s²; $m_2= 0,94$ Kg*

33. Un cuerpo de 12,5 kg de masa asciende por un plano inclinado 30° al aplicarle una fuerza de 122 N. El coeficiente de rozamiento vale 0,48. Halla la aceleración y el tiempo que tarda en recorrer 18,2 m. Sol: $a=0,2 \text{ m/s}^2$; $t=13,5 \text{ s}$
34. Un bloque de 6,0 kg descansa sobre un plano inclinado 60° sujeto por un muelle que en la posición de equilibrio se alarga 15 cm. Si $\mu = 0$ ¿Cuál es la constante elástica del muelle? Sol: $K=344 \text{ N/m}$
35. Desde una altura de 3 m se suelta un cuerpo de 2,5 Kg que baja deslizándose por un plano inclinado 30° sin rozamiento y continúa en un plano horizontal donde el coeficiente de rozamiento es 0,5. ¿Cuál es la velocidad del cuerpo al final del plano inclinado y qué espacio recorre en el plano horizontal hasta detenerse? Sol: $7,67 \text{ m/s}$; 6 m



FUERZAS GRAVITATORIAS

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL: Dos masas puntuales m_1 y m_2 separadas una distancia "r", se atraen mutuamente con una fuerza, cuyo valor es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

La dirección es la de la línea que une ambas masas y el sentido de atracción. El valor tan pequeño de G explica que esta interacción sea la más débil de todas las conocidas.

El **PESO** es la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos; esta fuerza es proporcional a la masa de cada cuerpo, su dirección es la del radio terrestre y sentido, hacia el centro. En la superficie y próximos a ella, $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

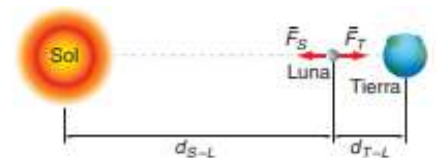
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$

$$F(\text{peso}) = G \frac{M_T m}{R_T^2} = m \left(\frac{G M_T}{R_T^2} \right) = m g$$

aceleración de la gravedad $g = G \frac{M_T}{R_T^2} = 9,81 \text{ m/s}^2$

El valor de g disminuye con la altura, $g = G \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$

36. Las masas del Sol y de la Tierra son $1,99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$ y $5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ respectivamente. La distancia entre ambos es de 150 millones de Km. Calcula la fuerza gravitatoria entre la Tierra y el Sol y la resultante de las fuerzas que actúan sobre la luna de $7,35 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$ de masa durante un eclipse de Sol ($d_{\text{Tierra-Luna}} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$). Sol: $3,5 \cdot 10^{22} \text{ N}$; $-2,37 \cdot 10^{20} \text{ N}$
37. Calcula:
- la fuerza gravitatoria entre dos personas de 50 Kg y 80 Kg de masa, separadas una distancia de 20 cm. Sol: $6,67 \cdot 10^{-6} \text{ N}$
 - la masa y el peso en la superficie de Marte ($g=0,38 \text{ m/s}^2$) de un cuerpo que en la Tierra pesa 800 N Sol: $m=81,5 \text{ Kg}$; 31 N
 - la altura que alcanzará un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba en la Luna, si al lanzarlo en la Tierra con la misma velocidad, alcanza 11,5 m de altura. Sol: $70,43 \text{ m}$
38. Un satélite artificial describe una órbita circular situada a 500 km sobre la superficie de la Tierra ($R_T=6400 \text{ km}$; $M_T=6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$). Halla la velocidad con la que se mueve el satélite y su periodo de revolución Sol: 7600 m/s ; $5,7 \cdot 10^3 \text{ s}$
39. ¿qué valor tiene la aceleración de la gravedad a 400 Km de altura sobre la superficie terrestre? ¿cómo se explica el estado de ingravidez de los astronautas que reparan satélites o habitan estaciones orbitales a esa altura? Sol: $g=8,70 \text{ m/s}^2$
40. La masa de Júpiter es 315 veces la de la Tierra y su radio es unas 11 veces mayor. ¿cuánto vale g en Júpiter? Sol: $g=25,10 \text{ m/s}^2$

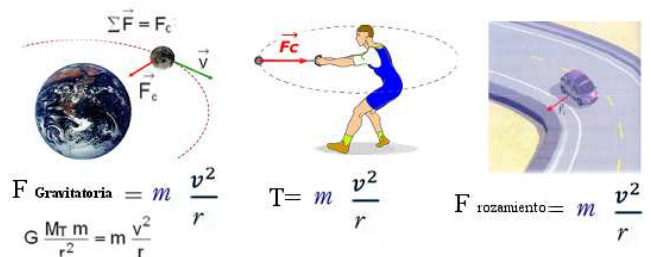


DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

La $F_{\text{centrípeta}}$ es la resultante, dirigida hacia el centro, de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

$$F_n = m a_n \Rightarrow F_n = m \frac{v^2}{R}$$

El efecto de ésta no es modificar el módulo de la velocidad del cuerpo sino hacer que cambie continuamente de dirección. En los m.c.u. hay a_{normal} , dirigida hacia el centro de la circunferencia.



41. Una piedra atada a una cuerda de 0,4 m de longitud describe un movimiento circular uniforme con una velocidad de $\pi \text{ rad/s}$. Halla la aceleración normal a la que está sometida la piedra. Sol: $3,95 \text{ m/s}^2$
42. Un coche de 1400 Kg toma una curva de 50 m de radio a la velocidad de 54 Km/h. ¿qué coeficiente de rozamiento estático ha de existir para que el vehículo no derrape? Sol: $\mu=0,45$
43. Con una honda de 50 cm de cuerda, que gira en un plano vertical, se lanza una piedra de 100 g con una velocidad de 25 m/s. Halla justo antes del lanzamiento, la velocidad angular de la piedra y la tensión de la cuerda. Sol: 50 rad/s ; $T=126 \text{ N}$
44. Una masa de 4200 g está unida a un hilo de 150 cm de longitud que cuelga del techo y describe un m.c.u. de 50 cm de radio, ¿Cuál es su velocidad y la tensión de la cuerda? Sol: $1,31 \text{ m/s}$; $43,78 \text{ N}$
45. ¿A qué altura sobre la superficie terrestre ha de situarse un satélite artificial para que esté siempre sobre la vertical del meridiano de Greenwich, con el mismo período de rotación que la Tierra? ¿cuál será su velocidad orbital? $M_T=6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T=6370 \text{ Km}$. Sol: $h=35821 \text{ Km}$; $v=3080 \text{ m/s}$

