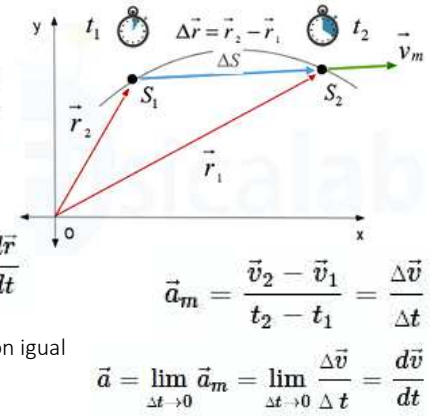


CINEMÁTICA

Parte de la mecánica que describe el movimiento sin tener en cuenta las causas que lo producen, las fuerzas. Para ello necesitamos: **elementos** (sistema de referencia, el móvil -modelo del punto material- y la trayectoria), **magnitudes escalares** (tiempo, espacio recorrido) y **magnitudes vectoriales**:



- la **posición** de un punto P en el plano, es el vector del origen a P, y sus componentes son las coordenadas x e y.
- velocidad media** \vec{v}_m durante el intervalo de tiempo Δt , es el cociente entre el desplazamiento $\Delta \vec{r}$ y Δt . A veces, la v_m es lo único que necesitamos saber sobre el movimiento de un cuerpo: en una carrera de atletismo (100 m) basta con determinar qué corredor ha cubierto el desplazamiento, 100 m, en el menor tiempo, ese será el ganador de la carrera.
- velocidad instantánea** \vec{v} es la derivada de \vec{r} con respecto al tiempo, un vector tangente a la trayectoria en cada punto. La rapidez instantánea es la magnitud de \vec{v} .
- aceleración**: mide la rapidez con la que varía la velocidad de un móvil. La a_{media} \vec{a}_m es un vector con igual dirección y sentido que $\Delta \vec{v}$, en el S.I se mide en m/s^2 .



CUIDADO:

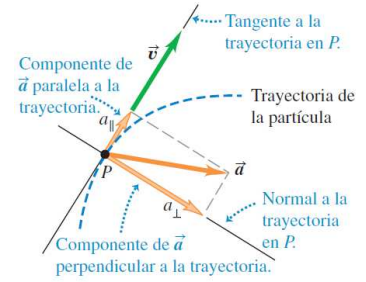
Los términos velocidad y rapidez se usan indistintamente en el lenguaje cotidiano, pero en Física tienen distinto significado: rapidez denota distancia recorrida dividida entre tiempo; la velocidad instantánea mide con qué rapidez y en qué dirección se mueve.

Componentes intrínsecas de la aceleración: El vector \vec{v} puede cambiar en módulo o en dirección. Por tanto aparecen claramente dos efectos de la aceleración.

- La variación del módulo de la velocidad, tangente a la trayectoria = \vec{a}_t
- La variación en la dirección de la velocidad, perpendicular a la trayectoria = \vec{a}_n

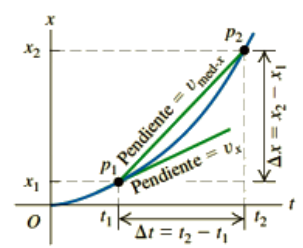
$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}$$



EJERCICIOS

- Una persona, durante un paseo, camina 2 Km hacia el sur, 1 Km hacia el este y 4 Km hacia el norte. Halla la distancia recorrida y el módulo del vector desplazamiento. Sol: 7 Km; 2,24 Km
- Una jugadora golpea el balón y la ecuación del movimiento de éste es $\vec{r}(t) = 7 \cdot t \vec{i} + (1 + 7 \cdot t - 5 \cdot t^2) \vec{j}$ Halla:
 - los vectores de posición en los instantes $t=0$ y $t=1$ s y el desplazamiento en el primer segundo. $\vec{r}_0 = \vec{j}; \vec{r}_1 = 7\vec{i} + 3\vec{j}; \Delta \vec{r} = 7\vec{i} + 2\vec{j}; v_m = 7,3 \text{ m/s}; v_1 = 7,6 \text{ m/s}$
 - la velocidad media en ese intervalo de tiempo y su módulo
 - la velocidad en el instante $t=1$ y su módulo.
- La ecuación del movimiento de una pelota es: $\vec{r}(t) = 4 \vec{i} + t \vec{j}$ en unidades del S.I.:
 - Halla la ecuación de la trayectoria y Sol: $x=4$
 - el desplazamiento para el intervalo $t=1$ s y $t=3$ s y su módulo. $\Delta \vec{r} = 2 \vec{j}; 2 \text{ m}$
- La ecuación de posición de una partícula es: $\vec{r}(t) = 3 \cdot t \vec{i} + t^2 \vec{j}$ (S.I) halla:
 - la velocidad a los 2 s y su módulo.
 - El módulo de \vec{v}_m cuando han transcurrido 5 s. Sol: $|v_m| = 5,83 \text{ m/s}$
 - En qué instante la velocidad de la partícula es de 13 m/s Sol: $t=1 \text{ s}$
 - El módulo del vector a_m en ese intervalo de tiempo. Sol: $|a_m| = 2 \text{ m/s}^2$
- Se está usando un vehículo robot para explorar la superficie de Marte. El vehículo que representamos como un punto tiene coordenadas x e y que varían con el tiempo: $x = 2,0 - 0,25 t^2$ (S.I) $y = t + 0,025 t^3$ (S.I). determine:
 - La posición del vehículo y su distancia con respecto al módulo a los 2 s. Sol: $(1,0, 2,2)$
 - El desplazamiento y la velocidad media entre $t=0$ y $t=2$ s. $\Delta \vec{r} = -\vec{i} + 2,2 \vec{j}$
 - La expresión general para la velocidad instantánea y el valor de ésta a los 2,0 s. $\vec{v} = -0,5t \vec{i} + (1,0 + 0,075t^2) \vec{j}$



Movimiento rectilíneo, velocidad media e instantánea:

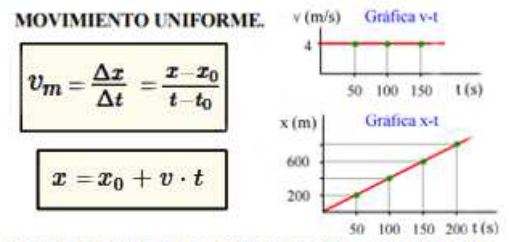
$$v_{med-x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

ALGUNOS TIPOS DE MOVIMIENTO:

Movimiento rectilíneo: la trayectoria es recta y los vectores tienen una dirección única e invariable; Los vectores de posición solo tienen una componente y el módulo del desplazamiento, si no hay cambios de sentido, coincide con el espacio recorrido.

M.R.U.: la trayectoria es una recta y la velocidad es constante en módulo

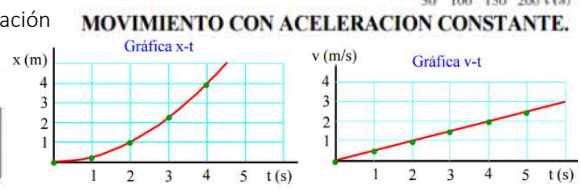


M.R.U.A.: movimiento con aceleración constante: la trayectoria es una recta y la aceleración es constante. Solo tienen at porque la dirección de la velocidad no cambia

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

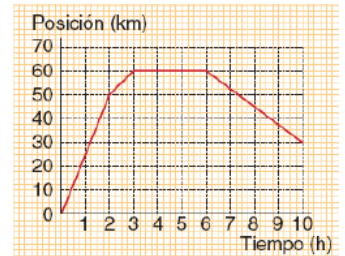
$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$



EJERCICIOS

6. A partir de la gráfica x-t de un vehículo, calcula la velocidad de éste en cada tramo, la distancia total recorrida y el desplazamiento que experimenta.
7. Dos amigos salen en bici a las 10 de la mañana de dos pueblos A y B distantes 120 Km, con intención de encontrarse en el camino. Si sus velocidades son 25 Km/h y 35 Km/h, respectivamente, ¿a qué hora se encontrarán y a qué distancia de A?



Sol: 2 h; 50 Km

8. Dos ciclistas van a salir por la misma carretera recta con velocidades constantes de 15 Km/h y 25 Km/h, si el segundo sale 1 h después del primero, ¿cuánto tiempo tarda en alcanzarlo y a qué distancia del punto de partida lo alcanza?
9. Un conductor pasa, con rapidez constante de 15 m/s, por un cruce escolar, con límite de velocidad en 10 m/s. En ese momento, un policía arranca en el cruce con su moto, para perseguir al infractor, con aceleración de 3,0 m/s². Halla:

Sol: 1,5 h; 37,5 Km

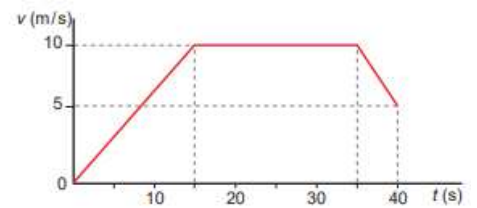
- a) tiempo que tarda el policía en alcanzar al infractor.
b) la velocidad del policía en ese instante y la distancia que recorren.

Sol: a) 10 s b) $v_p = 30$ m/s $X_M = 150$ m, $X_P = 150$ m



10. El gráfico muestra cómo varía con el tiempo la velocidad con que se mueve una chica que viaja en bicicleta. Calcula:

- a) La distancia total, en metros, que recorre durante ese intervalo de tiempo Sol: 312,5 m
b) la velocidad media de la ciclista durante los primeros 40 s de su movimiento Sol: 7,8 m/s



11. Desde un barranco se lanza hacia abajo una piedra, con velocidad de 5 m/s. El sonido de la piedra al chocar con el suelo se oye a los 6,5 s de soltarla ¿desde qué altura se lanzó? ($v = 340$ m/s).

Sol: 200,4 m

12. Se lanzan dos cuerpos verticalmente hacia arriba con una v_0 de 400 m/s y un intervalo de 20 s. Halla la altura máxima, el tiempo que tardan en cruzarse, la distancia al punto de lanzamiento en ese momento y la velocidad de cada cuerpo en el punto de cruce.

Sol: a) 8155 m b) 50,7 s $y = 7659$ m c) -97,4 m/s y 98,8 m/s

13. En la piscina un chico se deja caer desde un trampolín y llega al agua con $v = 7,7$ m/s. Halla la altura del trampolín y la aceleración que ha soportado al entrar en el agua, si tarda 1,8 s en perder toda la velocidad.

Sol: 3m y -4,3m/s²

14. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde una altura de 20 m del suelo con $v_0 = 50$ m/s. Calcula:

- a) la altura máxima que alcanza
b) el tiempo que tarda en llegar al suelo
c) a qué altura la velocidad es de 30 m/s
d) la velocidad del cuerpo a 10 m del suelo

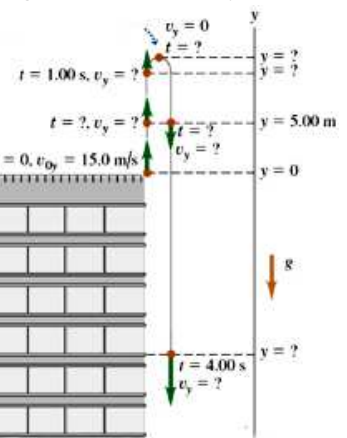
Sol: 147,6 m; 10,6 s; 101,6 m; -51,9 m/s

15. Tenemos tres bolas iguales. Simultáneamente, y desde una altura de 16 m, se deja caer una de ellas libremente; otra se lanza verticalmente hacia arriba a 20 m/s, y la tercera se lanza con la misma velocidad verticalmente hacia abajo. Calcula cuándo llega al suelo cada bola y representa en gráficos a-t, v-t y s-t el movimiento de cada una de las tres bolas.

Sol: $t_1 = 1,79$ s; $t_2 = 4,68$ s; $t_3 = 0,68$ s

16. Desde una ventana, a 15 m del suelo, se lanza hacia arriba una pelota con $v_0 = 12$ m/s. Halla la altura máxima que alcanza, el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese instante.

Sol: $y_{max} = 22$ m; $t_{aire} = 3,4$ s; $v_{suelo} = -21,3$ m/s

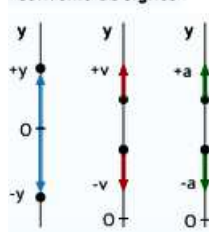


17. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba, desde la azotea de un edificio con una velocidad de 15 m/s. Calcular:

- a) la posición y la velocidad de la pelota 1,0 s y 4,0 s después de soltarla.
b) La velocidad cuando la pelota está a 5 m de la azotea.
c) La altura máxima que alcanza y el instante en que se alcanza.

Sol: a) $y_1 = 10,1$ m $v_1 = 5,2$ m/s $y_4 = -18,4$ m $v_4 = -24,2$ m/s; b) $v_y = \pm 11,3$ m/s; c) $y_{max} = 11,5$ m, $t = 1,53$ s

Convenio de signos



COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

Si un cuerpo se encuentra sometido a dos movimientos simultáneos e independientes el movimiento que realiza decimos que es compuesto.

Principio de superposición:

“Si un objeto está sometido al mismo tiempo a dos o más movimientos, sus magnitudes cinemáticas \vec{r} , \vec{v} , \vec{a} , se obtienen sumando las magnitudes cinemáticas \vec{r}_i , \vec{v}_i y \vec{a}_i , de los distintos movimientos” ($i = 1,2,3,..$)

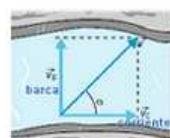
$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \dots$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots$$

- La composición de dos m.r.u. en la misma dirección es otro m.r.u. en la misma dirección.

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS PERPENDICULARES

Composición de movimientos rectilíneos y uniformes



• eje OX: $\vec{v}_x = v_c$
 $x = v_c \cdot t$

• eje OY: $\vec{v}_y = v_B$
 $y = v_B \cdot t$

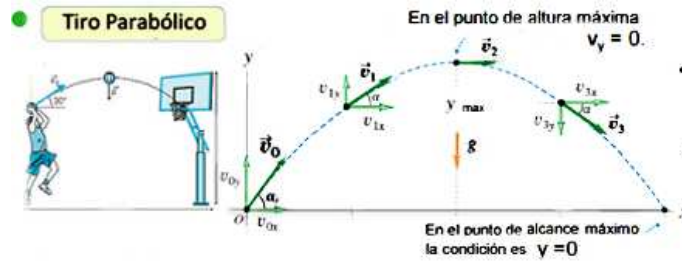
Composición de un m.r.u. y un m.r.u.a. Tiro Horizontal



• eje OX: $\vec{v}_x = v_0$
 $x = v_0 \cdot t$

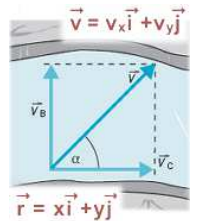
• eje OY: $\vec{v}_y = -gt$
 $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$

- Movimiento de proyectiles: composición de un m.r.u. y un m.r.u.a. perpendiculares entre sí. Se trata de un movimiento parabólico, recogido en los libros más antiguos de Balística, disciplina que estudia cómo mejorar la precisión en el lanzamiento de proyectiles.



• eje OX: $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$
 $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$

• eje OY: $v_y = v_0 \sin \alpha - g t$
 $y = y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$



EJERCICIOS

- Un pescador quiere atravesar un río de 100 m de ancho en una lancha, remando a 0,5 m/s. Si la velocidad de la corriente es de 3 m/s ¿a qué distancia aguas abajo del punto de partida estará el pescador cuando haya atravesado el río? ¿Influirá la velocidad de la corriente en el tiempo que tarda en atravesar el río?
 Sol: 600 m
- Desde una avioneta en vuelo horizontal, a 150 m de altura, se suelta un paquete cuando lleva una velocidad de 125 m/s. Calcula:
 - ¿qué tiempo tarda el paquete en llegar al suelo y dónde cae, respecto al piloto de la avioneta?
 - la velocidad del paquete a los 3 s de soltarlo.
 Sol: a) 5,53 s ; x = 691 m b) v(125, -29,43) m/s
- Una pelota de tenis es sacada horizontalmente desde 2,20 m de altura a una velocidad de 140 Km/h, determina a qué distancia de la horizontal caerá y qué velocidad llevará al tocar el suelo.
 Sol: x=26,0 m v_x= 38,9 m/s v_y=-6,5 m/s
- Dos equipos de baloncesto están empatados a puntos; instantes antes de que finalice el partido y, de repente, un jugador lanza el balón a canasta con una velocidad inicial de 8 m/s y formando un ángulo con la horizontal de 30°. La canasta está a 3 m de altura sobre un punto que dista del jugador 5 m. Indica si su equipo ha ganado el partido sabiendo que el jugador, con los brazos estirados, lanzó el balón desde una altura de 2,71 m.
 Sol: canasta! X= 5,05 m
- Una chica intenta sacar una pelota por encima de una valla de 3 m de altura que está a 6 m de distancia. Si la lanza con un ángulo de 60°, calcula la velocidad con la que debe impulsarla para que pase por encima.
 Sol: v_0= 9,78 m/s
- Un lanzador de jabalina hace un lanzamiento oblicuo de 50° respecto a la horizontal, soltándola a una altura de 1,85 m. Si tarda 3,5 s en clavarse en el suelo, halla la velocidad de lanzamiento y la altura máxima.
 Sol: v_0= 21,8 m/s; t= 1,7 s; y_max = 16,0 m
- Desde una ventana, a 9 m de altura sobre el suelo, se lanza una pelota con una velocidad de 10 m/s, de cinco formas distintas: 1) verticalmente hacia arriba, 2) verticalmente hacia abajo, 3) con una inclinación hacia arriba respecto a la horizontal de 30°, 4) con una inclinación hacia abajo respecto a la horizontal de 30°, 5) horizontalmente. Ordena, en módulo, las velocidades de llegada al suelo de mayor a menor.



MOVIMIENTO CIRCULAR:

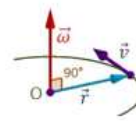
Es un movimiento periódico, las variables cinemáticas toman los mismos valores cada cierto tiempo.

Movimiento circular uniforme (m.c.u.) la trayectoria es una circunferencia, el módulo de la velocidad es constante, el vector velocidad es tangente a la trayectoria y cambia constantemente de dirección por lo que hay aceleración normal. El tiempo en dar una vuelta completa es el período (T) y su inversa es la frecuencia, el n° de vueltas dadas en la unidad de tiempo, en el S.I se mide en Hertzios (Hz).

La **velocidad angular** en el S.I se mide en rad/s pero es frecuente expresarla en revoluciones/minuto (rpm).

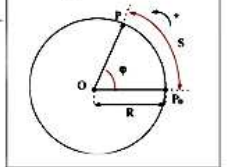
$$1 \text{ rpm} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ revol}} \cdot \frac{1 \text{ minuto}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi}{30} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 0,1047 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

| m. r. u. | relaciones | m. c. u. |
|--|--|--|
| $x = x_0 + v \cdot t$ | $s = \varphi \cdot R$ | $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$ |
| $v = \text{constante}$ | $v = \omega \cdot R$ | $\omega = \text{constante}$ |
| $a = 0$ | $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$ | $\alpha = 0$ |
|  | $a_t = \alpha \cdot R$ | $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ |



$$a_n = \frac{v^2}{R} = \text{cte} \neq 0$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$$



MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACCELERADO - MCUA

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \varphi$$

$a_t = \text{constante}$
 $a_{cen} \neq \text{constante}$

EJERCICIOS

- Un disco de 40 cm de radio gira a 33 rpm. Calcula:
 - la velocidad angular en rad/s
 - El número de vueltas por minuto.
 Sol: a) 1,1 π rad/s; b) 33 vueltas
- Una lavadora con un tambor de 25 cm de radio centrifuga a 600 rpm. Halla la velocidad angular en rad/s y la aceleración centrípeta de la ropa que se pega al tambor durante el centrifugado.
 Sol: 62,83 rad/s y 987 m/s²
- Una partícula que describe una circunferencia de 0,5 m de radio a 1200 rpm, frena y se detiene en 6s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia, el ángulo y vueltas que ha dado en ese tiempo.
 Sol: -6,7 π rad/s²; -3,3 π m/s²; 60 vueltas.
- Una rueda que gira a 300 rpm es frenada y se detiene completamente a los 10 s. Halla la aceleración angular, la velocidad a los 3 s de comenzar a frenar y el número de vueltas que da hasta que se para.
 Sol: a) π rad/s² b) 7 π rad/s c) 25 vueltas
- Un disco de vinilo gira a 33 rpm. Si al desconectar el tocadiscos, el disco tarda 5 s en parar, ¿cuál ha sido la aceleración angular de frenado y cuántas vueltas ha dado hasta pararse?
 Sol: 0,69 rad/s²; 1,37 vueltas
- Un coche se mueve con velocidad constante de 100 Km/h. Comienza a frenar y se detiene en 25 s. Si el diámetro de las ruedas es de 60 cm, halla:
 - El período y la frecuencia de las ruedas cuando el coche circula con velocidad constante
 Sol: 0,068 s y 14,74 s⁻¹
 - La aceleración angular de frenado de las ruedas
 Sol: - 3,7 rad/s²
 - La velocidad angular a los 5 s
 Sol: 74 rad/s
 - El número de vueltas que dan las ruedas desde que comienza a frenar hasta que el coche se para
 Sol: 184 vueltas